

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

«Алгебра и геометрия 3. Дифференциальная геометрия и основы топологии»

Дисциплина «Алгебра и геометрия 3. Дифференциальная геометрия и основы топологии» является частью программы бакалавриата «Математическое моделирование (СУОС)» по направлению «01.03.02 Прикладная математика и информатика».

Цели и задачи дисциплины

Цель учебной дисциплины — формирование комплекса знаний, умений и навыков по владению дифференциально-геометрическими понятиями и применению подходов и методов дифференциальной геометрии к описанию и исследованию объектов и систем, берущих начало в прикладной математике, и используемых при математическом моделировании физико-механических систем и процессов. Задачи учебной дисциплины

- изучение понятий дифференциально-геометрического происхождения, в частности, понятий топологических пространств, многообразий, касательных расслоений, строения многообразий, видов вводимых на многообразиях структур и приобретаемых вследствие этого свойств (от топологических до Римановых пространств), понятий кривых на многообразиях, гиперповерхностей, век-торов и тензоров на многообразиях, внешних форм, их свойств и операций над ними, включая производную Ли, внешнюю производную, градиент, абсолютную производную, а также изучение теории кривых и поверхностей в трехмерном пространстве;
- формирование умения применять основные понятия дифференциально-геометрического происхождения для описания свойств и структуры произвольных многообразий, использовать теорию внешних форм для исследования свойств дифференцируемых многообразий, находить производные Ли, абсолютную производную, градиент от различных тензоров и полилинейных форм, применять обобщенную теорему Стокса и следствия из нее для различных многообразий, работать с аффинной связностью, определять тензоры кручения, Римана-Кристоффеля, исследовать геометрический смысл дифференциальных операторов на многообразиях, описывать свойства кривых и поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве;
- формирование навыков владения понятиями и методами дифференциально-геометрического происхождения, работы с векторами, тензорами, внешними формами на произвольных многообразиях, владения теорией внешних форм, работы с производными Ли, абсолютной производной, градиентом от тензоров и полилинейных форм, применения обобщенной теоремы Стокса и следствий из нее, исследования кривых и поверхностей как Римановых пространств в трехмерном евклидовом пространстве..

Изучаемые объекты дисциплины

Пространства и многообразия различной структуры от топологических до Ри-мановых пространств, касательные расслоения, их структура и свойства. Вво-димые на них объекты, такие как векторы, тензоры, полилинейные формы, внешние формы, алгебраические и дифференциальные операции над ними (пе-ренос и производная Ли, абсолютная производная, градиент, дивергенция), тео-рема Стокса и следствия из нее, аффинная связность, тензор кручения, тензор Римана-Кристоффеля, их геометрический смысл. Приложения введенных дифференциально-геометрических понятий к исследованию кривых и поверхностей как Римановых пространств, вложенных в евклидово пространство..

Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		5	6
1. Проведение учебных занятий (включая проведе-ние текущего контроля успеваемости) в форме:	106	36	70
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	48	16	32
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	54	18	36
- контроль самостоятельной работы (КСР)	4	2	2
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	110	36	74
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен			
Дифференцированный зачет	9		9
Зачет	9	9	
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)			
Общая трудоемкость дисциплины	216	72	144

Краткое содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
5-й семестр				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Непрерывное отображение в топологических пространствах	4	0	4	8
Тема 3. Однозначное отображение в топологических пространствах. Не-прерывное отображение. Гомеоморфизм топологических пространств Тема 4. Связные множества в топологических пространствах. Индуциро-ванная топология. Сужение на топологическом пространстве				
Основы топологии	4	0	4	8
Основные понятия, терми-ны и определения. Предмет и задачи дисциплины. Роль и место дисциплины среди других дисциплин учебного плана. Тема 1. Топология арифметического пространства. Топологическое про-странство Тема 2. Внутренности и замыкания, их свойства. Аксиомы отделимости				
Векторные и тензорные поля на многообразиях	6	0	8	16
Тема 7. Функции на многообразиях. Кривые на многообразиях. Касатель-ное пространство. Касательное расслоение. Обобщенная дельта Кронекера и оператор альтернирования Тема 8. Сопряженное касательное пространство, линейные формы и их поля. Базис в сопряженном пространстве Тема 9. Внешнее произведение линейных форм, его свойства. Полилинейные формы и их поля на дифференцируемом многообразии. Тензоры и тензорные поля на дифференцируемом многообразии. Алгебраические операции над тен-зорами на дифференцируемом многообразии Тема 10. Внешние полилинейные формы, их внешнее произведение. Линей-ная зависимость/независимость векторов на произвольном дифференцируе-мом многообразии. Проверка ориентируемости многообразия с помощью внешних форм. Объем подобласти на многообразии Тема 11. Изоморфизм касательных пространств в точке многообразия. Операция дуализации. Внешняя производная полилинейных форм и тензоров				
Дифференцируемое многообразиие	2	0	2	4

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Тема 5. Определение топологического многообразия и примеры. Дифференцируемое многообразие. Дiffeоморфизм. Локальная и глобальная эквивалентность многообразий Тема 6. Ориентируемые и неориентируемые многообразия. Классификация связных многообразий. Подмногообразия				
ИТОГО по 5-му семестру	16	0	18	36
6-й семестр				
Поверхности в трехмерном пространстве	8	0	12	18
Тема 22. Измерения на поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Изометричные поверхности. Изгибание поверхностей. Гауссова кривизна поверхностей. Геодезическая кривизна поверхностных кривых Тема 23. Нормаль к поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности. Дифференциальные формулы Вейнгартена Тема 24. Кривизна кривой на поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Линии кривизны. Формулы Родриго Тема 25. Классификация точек поверхности. Индикатриса Дюпена. Асимптотические линии поверхности				
Аффинная связность на многообразии	12	0	10	20
Тема 16. Абсолютная производная. Градиент скалярнозначной функции и векторного поля на дифференцируемых многообразиях Тема 17. Коэффициенты связности. Ковариантная производная. Связь абсолютной производной и производной Ли. Тензор кручения. Симметричная связность Тема 18. Геодезические линии на многообразиях. Геометрический смысл тензора кручения Тема 19. Тензор Римана-Кристоффеля. Определение, свойства, геометрический смысл. Уравнение девиации геодезических линий Тема 20. Согласованность связности и объема. Скалярное произведение векторов на многообразии, метрика. Риманово пространство				
Простые дифференциальные структуры на дифференцируемых многообразиях	8	0	8	20

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Тема 12. Точные и замкнутые формы. Лемма Пуанкаре. Конгруэнция век-торного поля. Координатный и некоординатный базисы Тема 13. Перенос Ли, скобки Ли. Производная Ли скалярнозначной функции и векторного поля. Свойства производной Ли векторных полей в координатном и некоординатном базисе Тема 14. Производная Ли от линейной формы. Связь производной Ли и внешней производной для внешних форм Тема 15. Обобщенная теорема Стокса. Классификация многообразий и дифференциальных структур на многообразиях				
Теория кривых в Римановом пространстве	4	0	6	16
Тема 21. Теория кривых в n-мерном Римановом пространстве. Формулы Френе в n-мерном пространстве. Натуральные уравнения кривой				
ИТОГО по 6-му семестру	32	0	36	74
ИТОГО по дисциплине	48	0	54	110